بسم الله الرحمن الرحیم

مخابرات

(بخش دوم)

استاد صافی

همواره برای سیگنال پیام فرض می‌کنیم:

$$\begin{cases} |x(t)| \le 1 \\ \text{مقدار متوسط سیگنال } \langle x(t) \rangle = 0 \end{cases}$$

$$\langle x(t) \rangle = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\,dt$$

$$T \to \infty$$

۱) مدولاسیون AM:

شکل موج مدوله شده AM:

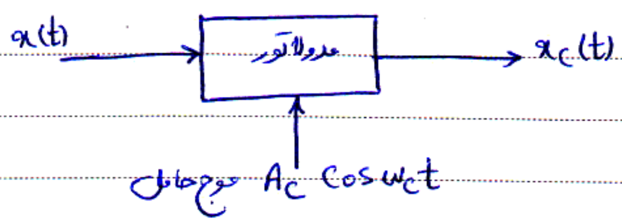
$$x_c(t) = A_c\left(1+\mu x(t)\right)\cos \omega_c t$$

پیام حفظ شود.

$\mu \ge 0$ ثابت، شاخص (ضریب) مدولاسیون

$x_c(t)$ سیگنال مدوله شده

$x(t)$ سیگنال پیام



پوش سیگنال $A(t) = A_c\left(1+\mu x(t)\right)$

ویژگی اصلی مدولاسیون AM این است که پوش سیگنال مدوله شده، همان شکل پیام را دارد.

$v_i(t) = A(t)\cos\phi(t)$ $\qquad v(t) = A(t)\cos\left(\omega_c t + \phi(t)\right)$ $\qquad$ همفاز $x_{ci}(t) = A(t)$

$v_q(t) = A(t)\sin\phi(t)$ $\longrightarrow$ $A(t)\sin 0 = 0$ $\qquad$ ربعی $x_{cq}(t) = 0$

$$x_c(t) = A(t)\cos\left(\omega_c t + \phi(t)\right)$$

همفاز $x_{ci}(t) = A(t)\cos\phi(t) = A(t)$

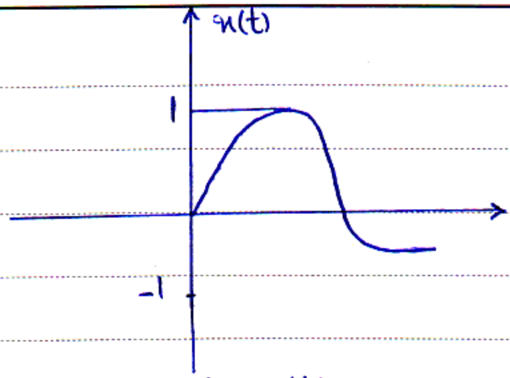
AM: $x_c(t) = A(t)\cos \omega_c t \Rightarrow \phi(t) = 0$

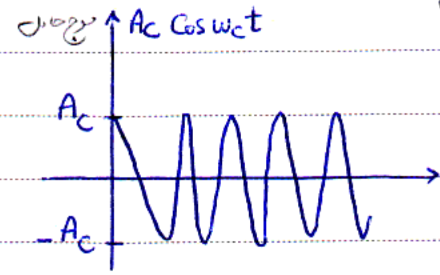
ربعی $x_{cq}(t) = A(t)\sin\phi(t) = 0$

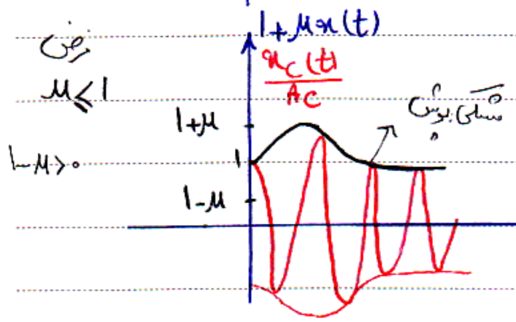
Year. Month. Date. ( )

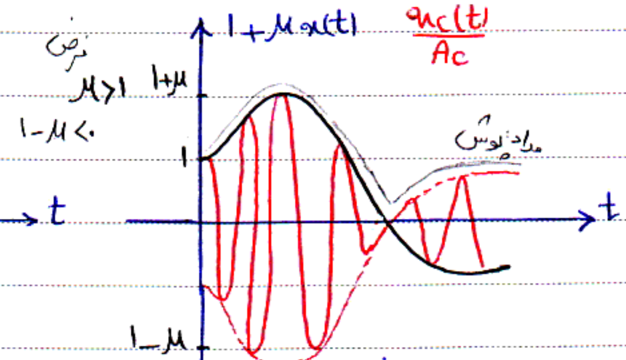
$|x(t)| \leq 1$

شکل موج مدوله شده AM:









اعوجاج پوش (وارونگی فاز)

نتیجه ۱) در صورتیکه شاخص مدولاسیون (μ) بزرگتر از ۱ باشد پوش سیگنال مدوله شده شکل سیگنال پیام را ندارد (شکل قدر مطلق سیگنال پیام را نشان می‌دهد) که در این صورت می‌گوییم وارونگی فاز (اعوجاج پوش) اتفاق افتاده.

نتیجه ۲) اگر $f_c \gg W$ (f_c فرکانس حامل، W پهنای باند سیگنال پیام) در این صورت نوسانات حامل از تغییرات زمانی پیام بسیار سریعتر است و لذا اگر چنین شرطی برقرار نباشد پوش سیگنال مدوله شده همانند شکل پیام نخواهد بود.

نکته: در صورتیکه $f_c \gg W$ و $\mu \leq 1$ باشد پوش سیگنال مدوله شده همان شکل پیام را داشته و به سادگی توسط یک آشکارساز پوش از سیگنال مدوله شده استخراج می‌شود.

نکته) چنانچه $\mu=1$ باشد پوش سیگنال بین صفر و $2A_c$ تغییر می‌کند.

$$-1 \le x(t) \le 1$$
$$-1 \le \mu x(t) \le 1$$
$$0 \le 1+\mu x(t) \le 2 \longrightarrow 0 \le A_c(1+\mu x(t)) \le 2A_c$$

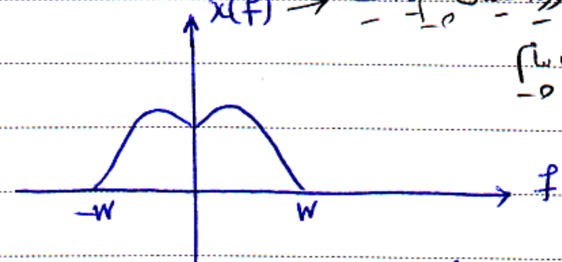
مدولاسیون AM در حوزه فرکانس:

سیگنال حقیقی

$$x_c(t) = A_c(1+\mu x(t))\cos w_c t = A_c \cos w_c t + A_c \mu x(t) \cos w_c t$$

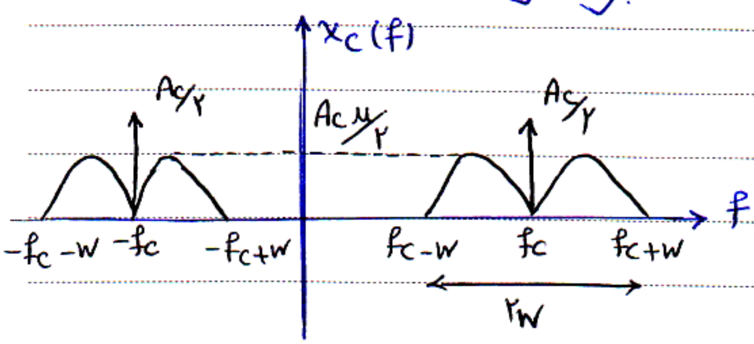
$$X_c(f) = \begin{cases} \dfrac{A_c}{2}\delta(f-f_c) + \dfrac{A_c\mu}{2}X(f-f_c) & f \ge 0 \text{ برای} \\ \dfrac{A_c}{2}\delta(f+f_c) + \dfrac{A_c\mu}{2}X(f+f_c) & f < 0 \text{ برای} \end{cases}$$

$$X(f) = F\{x(t)\}$$



$X(f) \rightarrow$ تبدیل فوریه سیگنال پیام یا طیف سیگنال پیام

پهنای باند $W \longrightarrow$ فقط از فرکانس مثبت



$\frac{A_c\mu}{2}$ پایین‌تر از $\frac{A_c}{2}$ است چون $\mu \le 1$ فرض می‌شود.

$B_T =$ پهنای باند ارسالی $= 2W$

Matlab :
```
x = 0 : 0.01 : 10 ;
y = cos(x)
sound(y, 1000)
```
f_s

برای شنیدن صدای کسینوسی

طیف AM در $f>0$ شامل یک ضربه در فرکانس حامل و دو کناره باند (Side Band) متقارن به مرکز f_c است. به علت حضور هر دو باند کناری بالا و پایین، این مدولاسیون در گروه مدولاسیون دامنه‌ی دوکناره باندی قرار می‌گیرد.

ارسال سیگنال در مدولاسیون AM نیاز به پهنای باند معادل دو برابر ارسال در باند پایه است.

توان ارسالی در AM : $S_T =$ توان متوسط ارسالی $= \langle x_c^2(t) \rangle$

$$\Rightarrow S_T = \langle x_c^2(t) \rangle$$

$$\Rightarrow S_T = \langle A_c^2 (1+\mu x(t))^2 \cos^2 \omega_c t \rangle$$

$$= A_c^2 \left\langle (1+2\mu x(t)+\mu^2 x^2(t)) \frac{1+\cos 2\omega_c t}{2} \right\rangle$$

$$= \frac{A_c^2}{2} \langle 1+2\mu x(t)+\mu^2 x^2(t) \rangle + \frac{A_c^2}{2} \langle (1+2\mu x(t)+\mu^2 x^2(t)) \cos 2\omega_c t \rangle$$

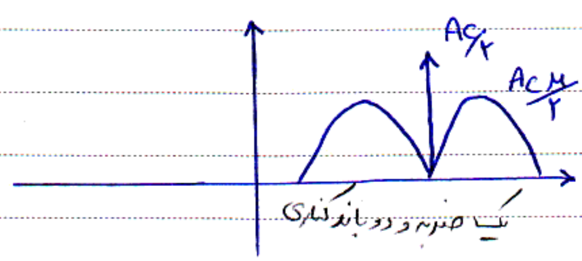
با فرض $f_c \gg W$ متوسط جمله‌ی دوم صفر است. (متوسط cos صفر است)

متوسط یک، یک می‌شود

$$\Rightarrow S_T = \frac{A_c^2}{2} + \mu A_c^2 \langle x(t) \rangle + \frac{\mu^2 A_c^2}{2} \langle x^2(t) \rangle$$

با فرض $\langle x(t) \rangle = 0$ و $\langle x^2(t) \rangle = S_x$ داریم:

$$S_T = \frac{A_c^2}{2} + \frac{\mu^2 A_c^2}{2} S_x$$



$$\Rightarrow S_T = P_c + 2P_{sb}$$

توان ضربه — توان باندهای کناری

توان متوسط $A_c \cos w_c t \Rightarrow \frac{A_c^2}{2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_c = \frac{A_c^2}{2} & \text{توان سیگنال حامل} \\ P_{sb} = \frac{\mu^2 A_c^2}{4} S_x = \frac{\mu^2}{2} P_c S_x = \boxed{\left(\frac{\mu^2}{2} S_x\right) P_c} & \end{cases}$$

توان هر کنار باند (باند کناری)

$|\mu x(t)| \le 1 \Rightarrow \mu^2 S_x \le 1 \Rightarrow P_{sb} \le \frac{1}{2} P_c \Rightarrow \begin{cases} P_c = S_T - 2P_{sb} \ge \frac{1}{2} S_T \\ P_{sb} \le \frac{1}{4} S_T \end{cases}$

چون هم $\mu < 1$ هم $x(t) < 1$

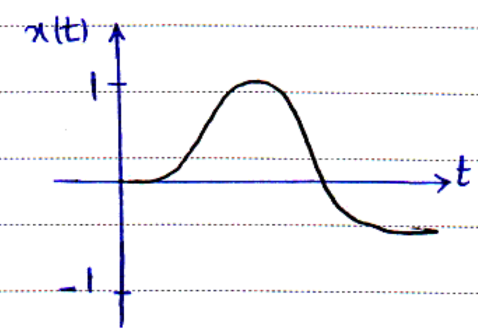
فرض $\frac{A_c^2}{4} \times$

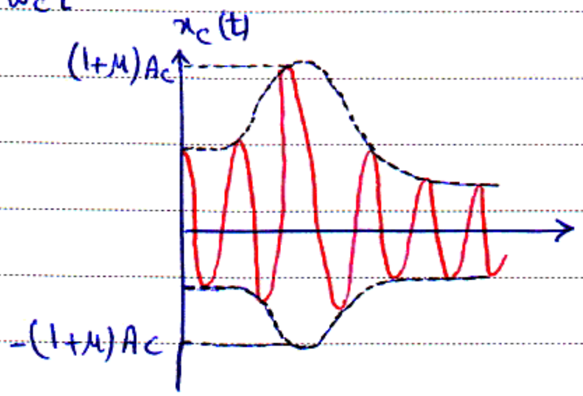
نتیجه ۱) حداقل ۵۰٪ توان ارسالی صرف فرستادن سیگنال حامل می‌شود که هیچ گونه اطلاعاتی را شامل نمی‌شود.

نتیجه ۲) با توجه به متقارن بودن $X(f)$، ارسال دو باند کناری لازم نیست و لذا بازده (راندمان) مدولاسیون AM کمتر از ۲۵٪ است.

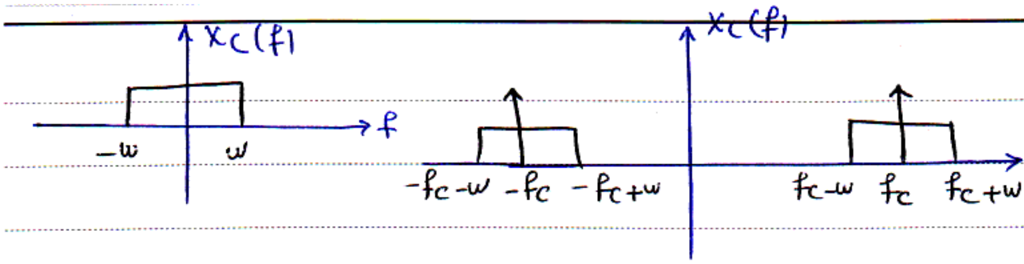
خلاصه AM:

$$x_c(t) = A_c(1 + \mu x(t)) \cos w_c t = A_c \cos w_c t + A_c \mu x(t) \cos w_c t$$





$\left.\begin{array}{l} \mu \le 1 \\ f_c \gg w \end{array}\right| \Rightarrow$ پوش سیگنال مدوله شده حالت شکل پیام را دارد.



$B=W$　　　　　　$B_T=2W$

توان متوسط ارسالی $= S_T = P_c + 2P_{sb} = \underbrace{\frac{1}{2}A_c^2}_{P_c} + \frac{1}{2}\mu^2 A_c^2 S_x = \frac{1}{2}A_c^2 + P_c\mu^2 S_x$

$\boxed{\text{توان متوسط} \ \langle A^2\cos^2 wt\rangle = \frac{A^2}{2}}$

$(\mu^2 S_x \leq 1)$

$\mu^2 S_x \leq 1 \Rightarrow \boxed{P_c \geq \frac{1}{2}S_T}$, $\boxed{P_{sb} \leq \frac{1}{4}S_T}$

۲) مدولاسیون DSB:

اگر از جمله‌ی شامل سیگنال حامل ($A_c\cos w_c t$) در مدولاسیون AM صرف نظر کنیم و μ را برابر یک فرض کنیم داریم:

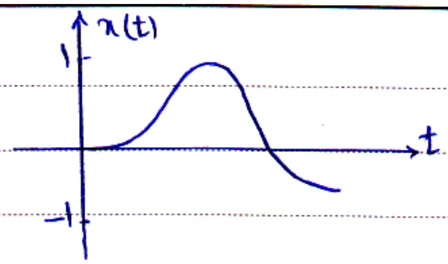
$$x_c(t) = A_c\, x(t)\cos w_c t$$

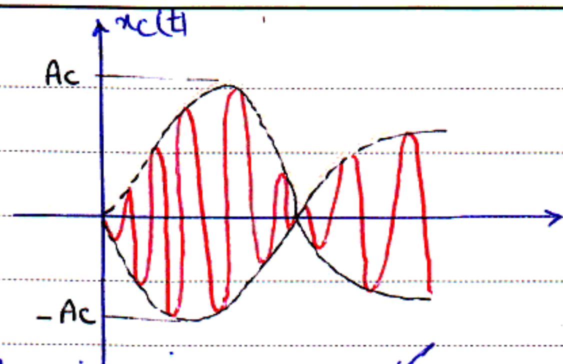
به این مدولاسیون دو باند کناری بدون حامل (DSB_SC) یا به اختصار DSB می‌گوییم.

پوش سیگنال: $A(t) = A_c|x(t)|$

فاز سیگنال: $\phi(t) = 0 \pm 180^\circ$　　اگر $x(t)$ منفی بود فاز ۱۸۰ تغییر می‌کند

یا　$\phi(t) = \begin{cases} \pm 180 & x(t) < 0 \\ 0 & x(t) > 0 \end{cases}$

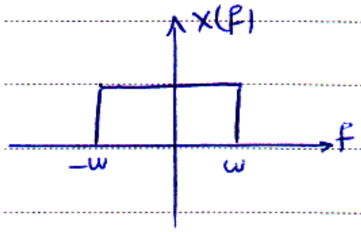


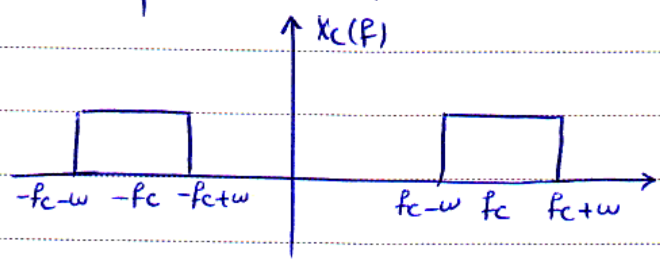


برای $x(t)<0$ وارونگی فاز (اعوجاج پوش) خواهیم داشت. به عبارت دیگر پوش سیگنال مدوله شده مشابه $|x(t)|$ است و در نتیجه با استفاده از آشکارساز پوش نمی‌توان سیگنال پیام را بازیابی کرد.

طیف (نمایش فوریه) سیگنال DSB:

$$X_c(f)=\frac{1}{2}A_c\,X(f-f_c)+\frac{1}{2}A_c\,X(f+f_c)$$





$B=W$ $\qquad$ $B_T=2W$

یادآوری: $\frac{1}{2}A_c^2 S_x$

توان متوسط $\langle A_c^2 x^2(t)\cos^2\omega t\rangle=\langle A_c^2 x^2(t)\frac{1+\cos 2\omega t}{2}\rangle=\langle \frac{A_c^2}{2}x^2(t)\rangle+\cancel{\langle \frac{A^2}{2}x^2(t)\cos 2\omega t\rangle}$ 0

نتیجه: با توجه به متقارن بودن $X(f)$ ارسال دو باند کناری لازم نیست، لذا بازده (راندمان) مدولاسیون DSB، ۵۰٪ است.

DSB از نظر توان نسبت به AM مقرون به صرفه‌تر و از نظر ساختار گیرنده پیچیده‌تر است.

DSB: $\boxed{S_T = 2P_{sb} = \frac{1}{2}A_c^2 S_x}$ = توان متوسط ارسالی

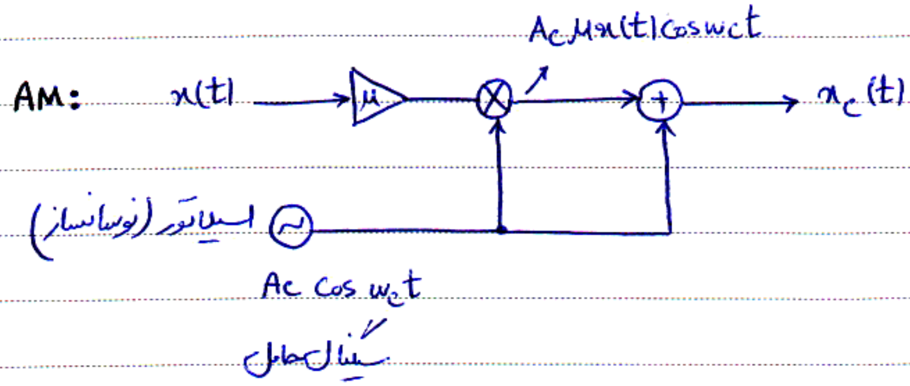
ساختار مدولاتور:

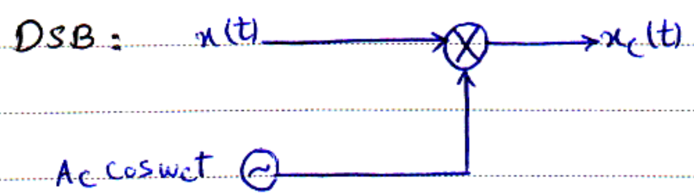
AM: $x_c(t) = A_c(1+\mu x(t))\cos w_c t =$

$A_c \cos w_c t + A_c \mu x(t) \cos w_c t$

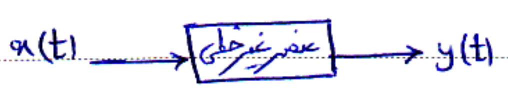
DSB: $x_c(t) = A_c x(t) \cos w_c t$

۱) مدولاتور ضربی:

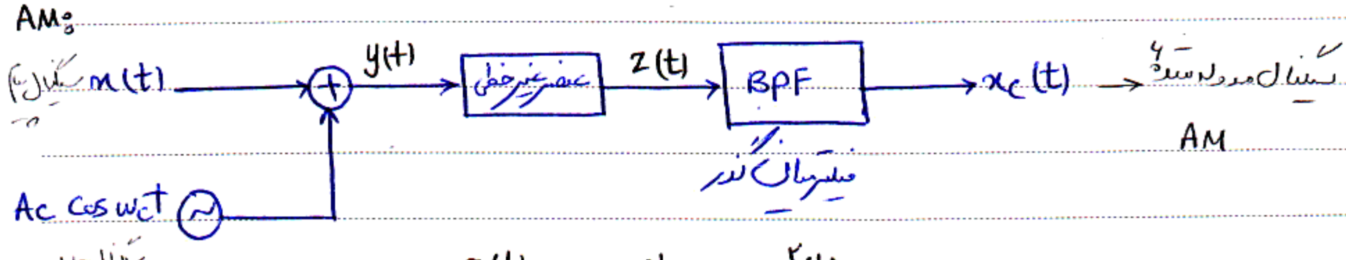




۲) مدولاتور غیرخطی (مربع کننده)



$y(t) = a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t) + \dots$ رابطه غیرخطی



$z(t) = a_1 y(t) + a_2 y^2(t)$

خروجی کننده

$$1 \xrightarrow{F} \delta(f)$$

$$\frac{a_2 A_c^2}{2} \xrightarrow{F} \frac{a_2 A_c^2}{2}\delta(f)$$

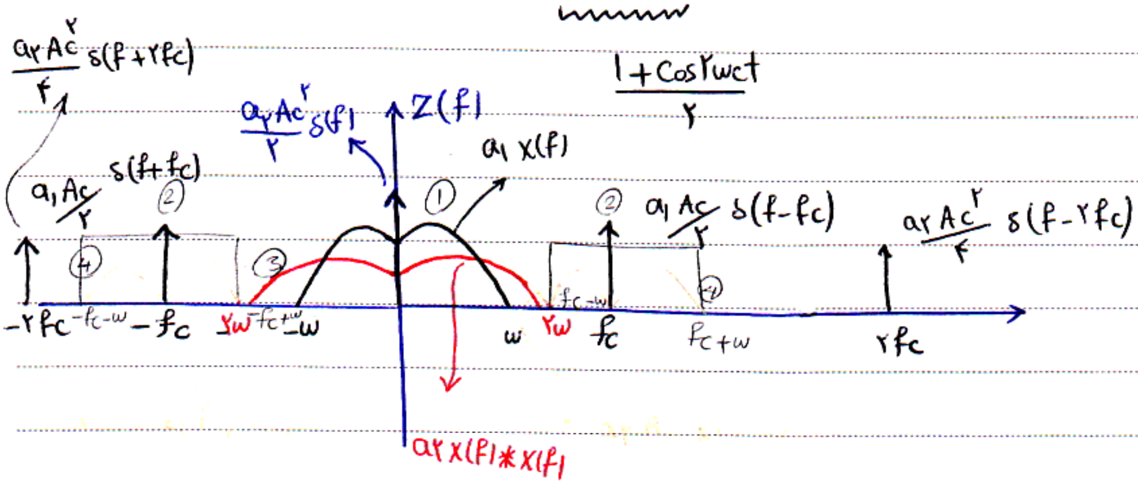
$$y(t) = x(t) + A_c \cos w_c t \Rightarrow z(t) = a_1\left[x(t) + A_c \cos w_c t\right] +$$

$$a_2\left[x(t) + A_c \cos w_c t\right]^2 = \underset{①}{a_1 x(t)} + \underset{②}{a_1 A_c \cos w_c t} + \underset{③}{a_2 x^2(t)} +$$

④   ⑤ → شامل ۲ جمله

$$2a_2 A_c x(t) \cos w_c t + a_2 A_c^2 \cos^2 w_c t$$

$$\frac{1+\cos 2w_c t}{2}$$



پهنای باند $= 2W$ فرکانس مرکزی $= f_c$

②+④

$$\text{خروجی فیلتر} = \underbrace{a_1 A_c \cos w_c t}_{\text{مولفه حامل}} + 2a_2 A_c x(t) \cos w_c t = \underset{A_c'}{a_1 A_c}\left(1 + \underset{M}{\frac{2a_2}{a_1}} x(t)\right)\cos w_c t$$

شرط عدم همپوشانی طیف‌ها:

$$f_c - W \gg 2W \Rightarrow \boxed{f_c \gg 3W}$$

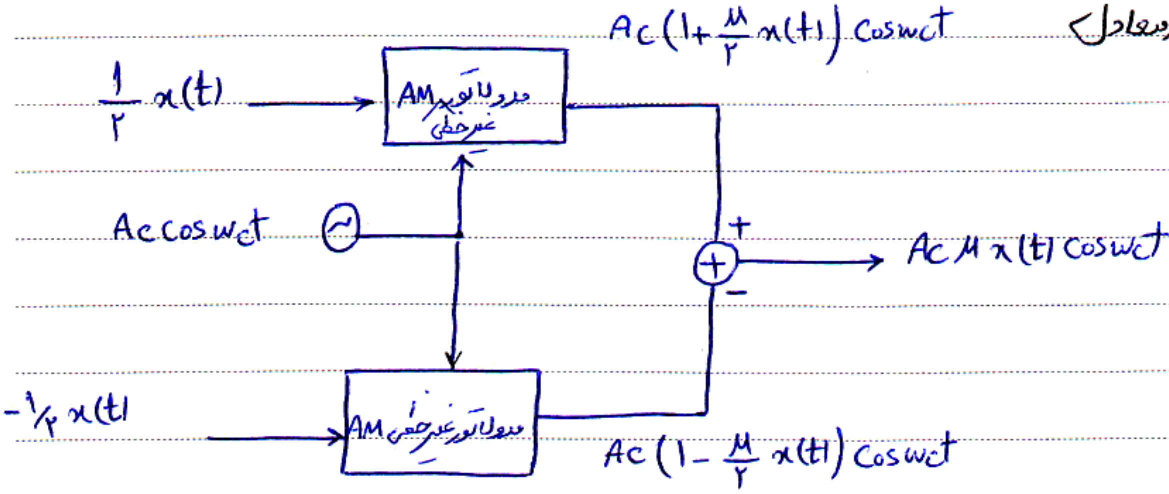
نکته) چنانچه $a_1 = 0$ باشد ($z(t) = a_2 y^2(t)$) عنصر غیرخطی یک مربع‌کننده‌ی کامل است و داریم:

$$\text{خروجی فیلتر} = 2a_2 A_c x(t) \cos w_c t$$

یعنی مولفه‌ی حامل وجود ندارد و لذا موج DSB به دست می‌آید ولی متأسفانه عنصر مربع‌کننده کامل نداریم و لذا از دو

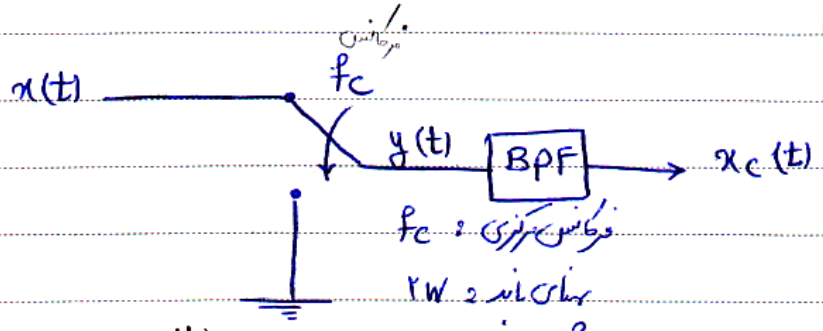
عنصر ضرب کننده (ضرب کننده غیر کامل) جهت تولید DSB استفاده می‌کنیم که به آن مدولاتور متعادل می‌گوییم.

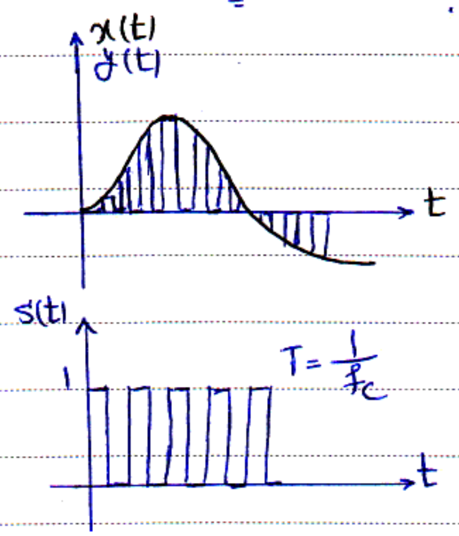
۳ـ مدولاتور متعادل



مدولاتور DSB

مدولاتور سوئیچینگ: (قطع و وصلی)





$y(t) = s(t)\,x(t)$

$s(t)$: تابع متناوب با دوره تناوب $\frac{1}{f_c}$

بسط سری فوریه : $s(t) = k_0 + k_1 \cos w_c t + k_2 \cos 2w_c t + \dots$

$y(t) = k_0 x(t) + \underbrace{\boxed{k_1 x(t) \cos w_c t}}_{\text{خروجی فیلتر}} + k_2 x(t) \cos 2 w_c t + \dots$

$\Rightarrow x_c(t) = k_1 x(t) \cos w_c t$

در گیرنده

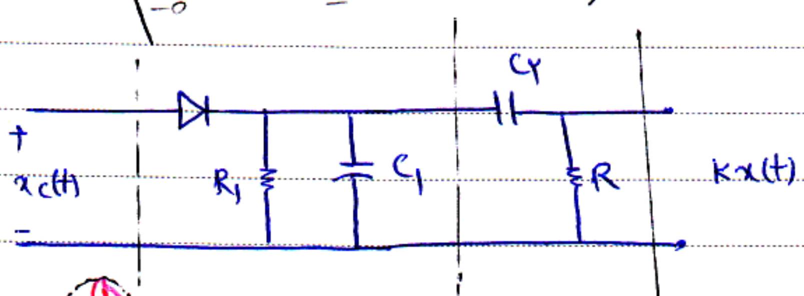
ساختار دمدلاتور : ۱ـ آشکارساز پوش (حالت AM)

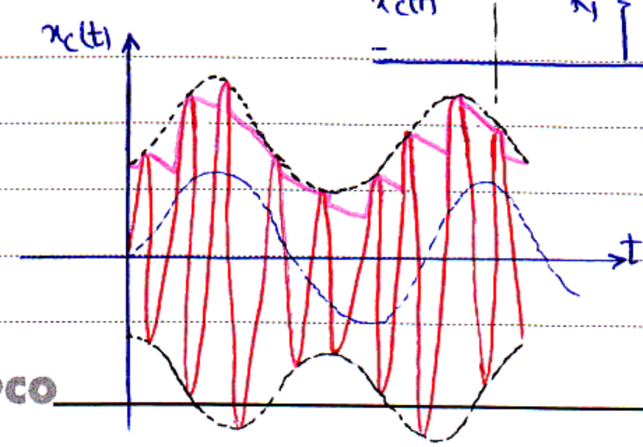
نکته : پوش سیگنال AM همان سیگنال پیام است لذا از ساختار زیر به عنوان دمدلاتور AM استفاده می‌شود.

$$x_c(t) \longrightarrow \boxed{\text{آشکارساز پوش}} \longrightarrow \overset{A_c + A_c \mu x(t)}{A_c(1+\mu x(t))} \longrightarrow \boxed{\text{حذف DC}} \longrightarrow A_c \mu x(t)$$

یک مقدار DC + یک مقدار تضعیف شده یا تقویت شده از سیگنال پیام

$\underbrace{A_c(1+\mu x(t))}_{\text{پوش سیگنال}} \cos w_c t$



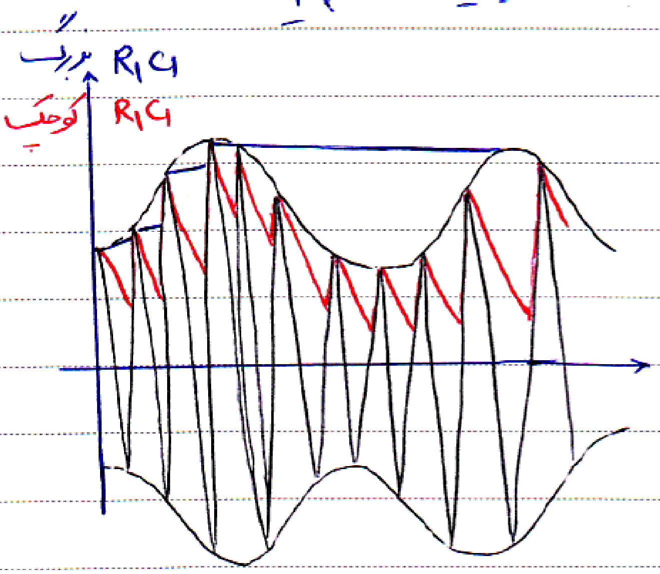


سوال: اگر سیگنال آشکارسازی شده (سیگنال دمدوله شده) شبیه به سیگنال پیام باشد این است که؟

$$w \ll \frac{1}{R_1C_1} \ll f_c$$

چنانچه $\frac{1}{R_1C_1} \ll f_c$ نباشد در این صورت آشکارساز پوش نمی‌تواند تغییرات حامل را دنبال کند و چنانچه

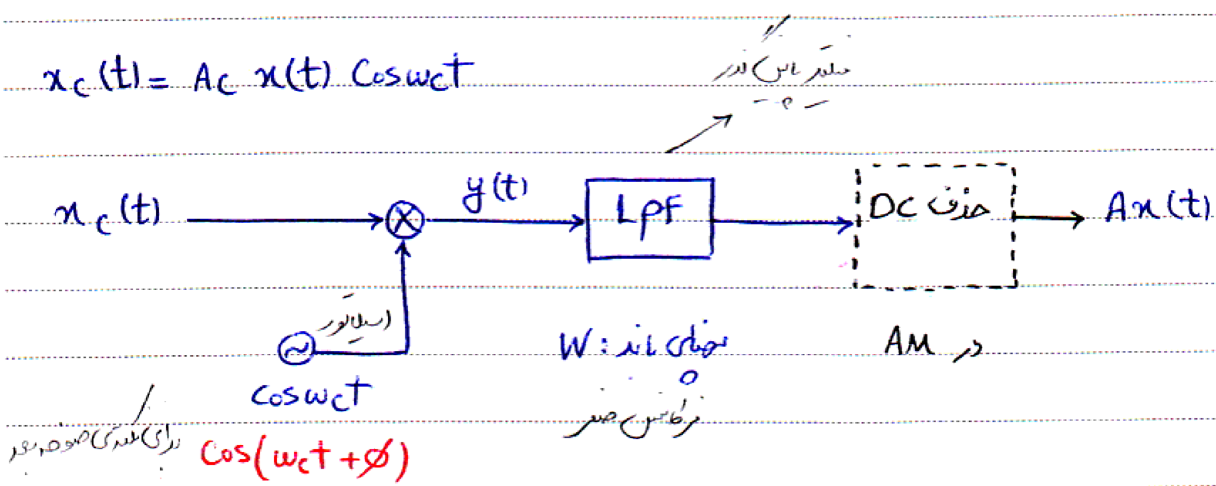
$\frac{1}{R_1C_1} \ll w$ نباشد در این صورت آشکارساز پوش نمی‌تواند تغییرات پوش (پیام) را دنبال کند



۲- آشکارساز همزمان (حاصل ضربی) (AM, DSB)

DSB:

$$x_c(t) = A_c\, x(t) \cos w_c t$$



$$y(t) = A_c x(t) \cos^2 \omega_c t = A_c x(t) \frac{1+\cos 2\omega_c t}{2}$$

$$\Rightarrow \text{خروجی} = \frac{A_c}{2} x(t)$$

AM :

$$x_c(t) = A_c \left(1 + \mu x(t)\right) \cos \omega_c t$$

$$y(t) = A_c \left(1 + \mu x(t)\right) \cos^2 \omega_c t = A_c \left(1 + \mu x(t)\right) \frac{1+\cos 2\omega_c t}{2}$$

$$\Rightarrow \text{خروجی} = \frac{A_c}{2} \left(1 + \mu x(t)\right) \xrightarrow{\text{حذف } DC} \frac{A_c \mu}{2} x(t)$$

نکته: در آشکارساز همزمان فرض بر این است که اسیلاتور گیرنده از لحاظ فاز با حامل همزمان است. درصورتیکه چنین فرض برقرار نباشد داریم :

$$y(t) = A_c x(t) \cos \omega_c t \cos(\omega_c t + \phi) =$$

$$\frac{A_c x(t)}{2} \cos(2\omega_c t + \phi) + \frac{A_c x(t)}{2} \cos \phi$$

$$\Rightarrow \text{خروجی} = \frac{A_c}{2} x(t) \cos \phi \xrightarrow[\text{چنانچه } \phi \simeq 90]{} \text{خروجی} \simeq 0$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} \left[\cos(A+B) + \cos(A-B)\right]$$

مدولاسیون DSB+C :

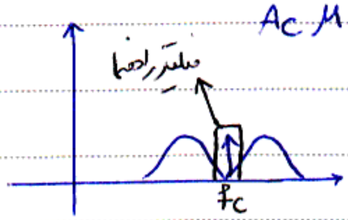
شکل عمومی مدولاتور حاصل ضرب که هم زمانی اسیلاتور فرستنده و گیرنده است. در AM با توجه به اینکه خود سیگنال حامل نیز ارسال می‌شود توان حامل را با یک فیلتر میان‌گذر با فرکانس مرکزی f_c و پهنای باند بسیار باریک

استخراج کرده و پس از تقویت استفاده کرد ولی در DSB حامل وجود ندارد لذا در عمل درصد کمی از توان فرستنده را صرف ارسال سیگنال حامل می‌کنیم.

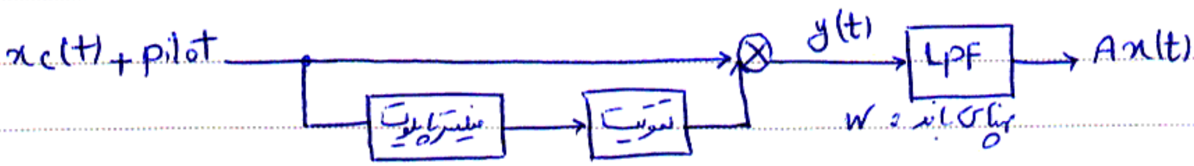
$$x_c(t) = A_c(1+\mu x(t))\cos w_c t \qquad \mu \gg 1$$

دامنه‌ی سیگنال حامل : A_c

دامنه‌ی سیگنال مدوله شده : $A_c \mu |x(t)|$



به این سیگنال حامل کوچک، حامل راهنما (pilot) می‌گویند.

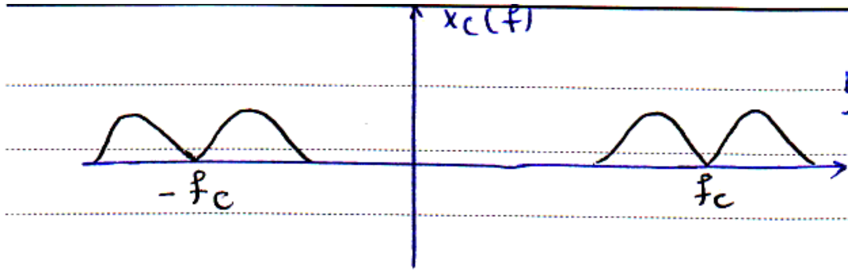


به این ساختار، آشکارساز همدوسی می‌گوییم.

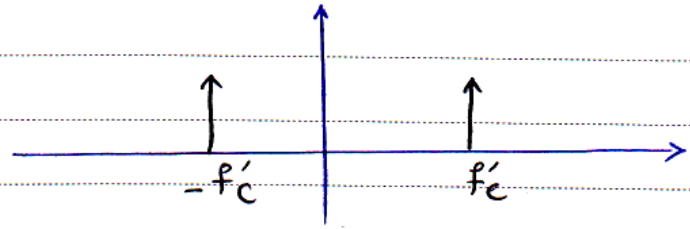
نکته: اغلب سیگنال پایلوت (راهنما) تقویت شده جهت هم‌زمان کردن یک اسیلاتور دیگر استفاده می‌گردد.

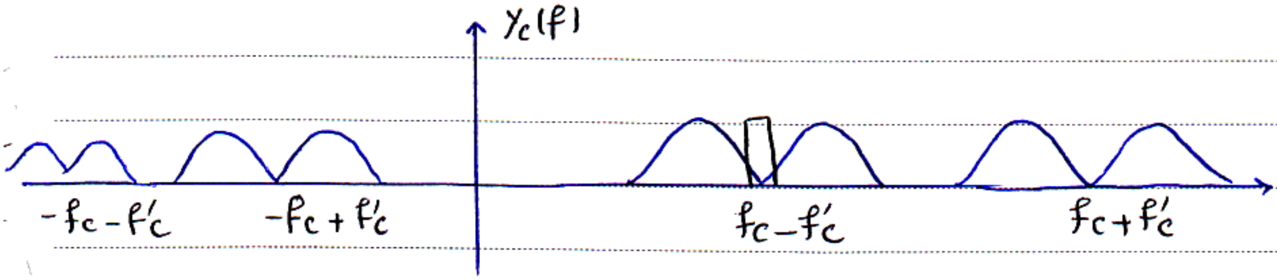
نکته: مشکل فیلتر راهنما پیاده‌سازی عملی آن است چون فرکانس مرکزی آن زیاد و پهنای باند آن کم است ولذا ضریب کیفیت فیلتر ($Q=\frac{f_0}{B}$) عددی بسیار بزرگ می‌شود.

راه حل: چنانچه سیگنال دریافتی در گیرنده را در $\cos w_c' t$ ضرب کنیم طیف سیگنال از فرکانس f_c به فرکانس‌های $f_c \pm f_c'$ منتقل می‌شود، یکی از آنها کمتر از فرکانس f_c است ولذا فرکانس مرکزی و در نتیجه ضریب کیفیت فیلتر را



کاهش می دهد. به این عمل مخلوط کردن یا هتروداین می گویند.





$$x_c(t) \longrightarrow \otimes \longrightarrow y_c(t)$$

$\uparrow$ $\cos w'_c t$ (مخلوط کننده یا میکسر)

تبدیل هیلبرت :

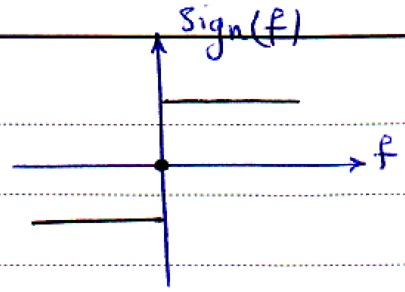
$$x(t) \xrightarrow{h(t)} \hat{x}(t)$$

$$X(f) \xrightarrow{H(f)} \hat{X}(f)$$

$$X(f) \longrightarrow \boxed{H(f)} \longrightarrow \hat{X}(f)$$

$$H(f) = \begin{cases} j & f<0 \\ 0 & f=0 \\ -j & f>0 \end{cases} = -j\,\text{sign}(f)$$

$$\text{sign}(f)=\begin{cases}-1 & f<0\\ 0 & f=0\\ 1 & f>0\end{cases}$$



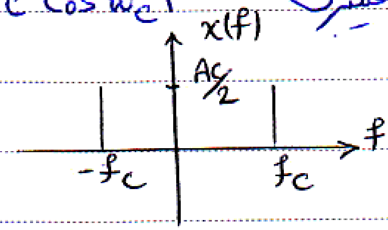
مثال) تبدیل هیلبرت $x(t)=A_c\cos w_c t$ را بدست آورید.

حل:

$$X(f)=\frac{A_c}{2}\,\delta(f-f_c)+\frac{A_c}{2}\,\delta(f+f_c)$$

در فرکانس مثبت است در $-j$ ضرب میشود

در فرکانس منفی است در j ضرب میشود



$$\boxed{\hat{X}(f)=X(f)\,H(f)}=\frac{A_c}{2}\,j\,\delta(f+f_c)-\frac{A_c}{2}\,j\,\delta(f-f_c)$$

$$\hat{x}(t)=A_c\sin w_c t$$

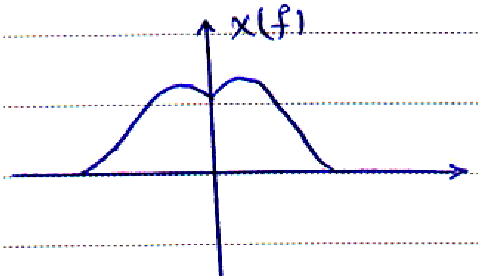
یادآوری:

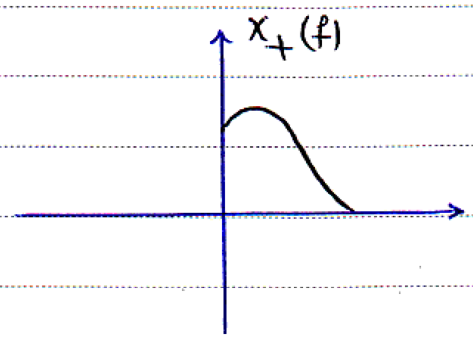
$$A_c\sin w_c t\xrightarrow{F}\underline{\frac{1}{2j}\,\delta(f-f_c)-\frac{1}{2j}\,\delta(f+f_c)}$$

$$x_+(t)\triangleq\frac{1}{2}\left(x(t)+j\hat{x}(t)\right)$$

$$\rightarrow X_+(f)=\frac{1}{2}\left(X(f)+j\hat{X}(f)\right)=\begin{cases}\frac{1}{2}X(f)-\frac{1}{2}X(f) & f<0\\ \frac{1}{2}X(f)+0 & f=0\\ \frac{1}{2}X(f)+\frac{1}{2}X(f) & f>0\end{cases}=$$

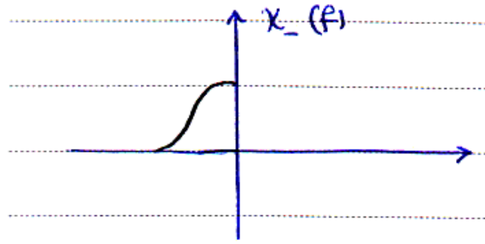
$$\begin{cases}0 & f<0\\ \frac{1}{2}X(f) & f=0\\ X(f) & f>0\end{cases}=X(f)\,u(f)$$





به طور مشابه برای تابع $x_-(t)=\frac{1}{2}\left(x(t)-j\hat{x}(t)\right)$ داریم:

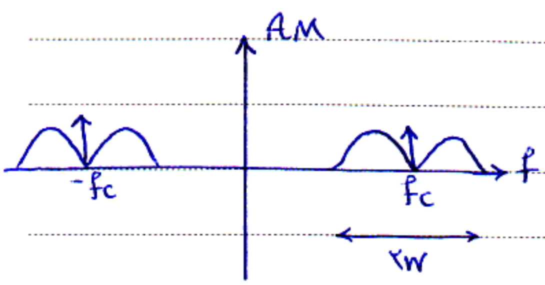
$$X_-(f)=X(f)\,u(-f)$$

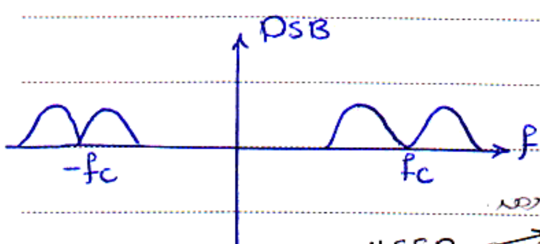


مدولاسیون SSB (تک باند کناری) Single side band

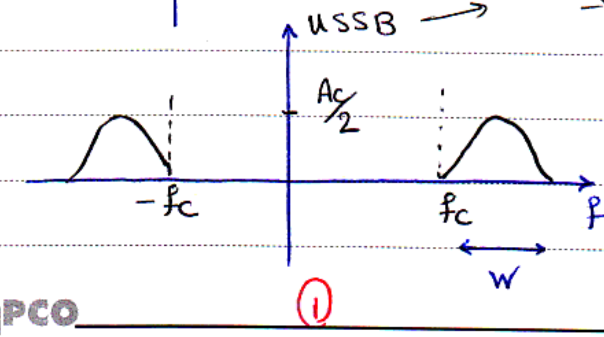
هرچند مدولاسیون DSB با حذف سیگنال حامل باعث کاهش توان ارسالی نسبت به AM می‌شود ولی پهنای باند ارسالی همچنان دو برابر پهنای باند سیگنال پیام است. سیگنال پیام یک سیگنال حقیقی است و لذا دو باند کناری آن نسبت به هم قرینه هستند و به عبارت دیگر فقط یک باند کناری تمام اطلاعات پیام را شامل می‌شود. پس با حذف یک کنار باند پهنای باند ارسالی به نصف کاهش می‌یابد.

توصیف SSB در حوزه فرکانس:

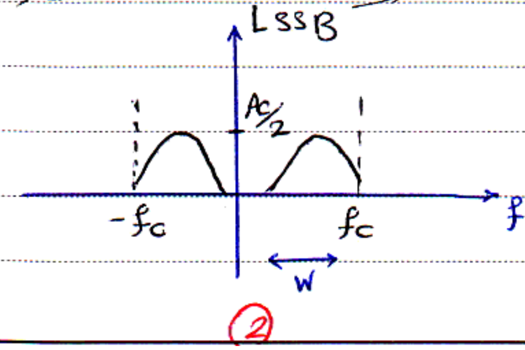




کنار باند بالا را نشان می‌دهد



کنار باند پایین را نشان می‌دهد



① : $X_c(f) = \left[X(f-f_c)\,u(f-f_c) + X(f+f_c)\,u(-f-f_c)\right]\dfrac{A_c}{2}$

② : $X_c(f) = \left[X(f+f_c)\,u(f+f_c) + X(f-f_c)\,u(-f+f_c)\right]\dfrac{A_c}{2}$

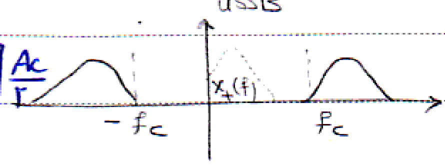
با مقایسه‌ی طیف سیگنال مدوله شده‌ی SSB با طیف سیگنال مدوله شده‌ی DSB نتیجه می‌گیریم:

$S_T = P_{sb} = \frac{1}{4} A_c^2 S_x$ راندمان : 100%

توصیف SSB در حوزه‌ی زمان:

هر چند تجسم SSB در حوزه‌ی فرکانس ساده است ولی توصیف آن در حوزه‌ی زمان مشکل است. برای USSB داریم:

USSB : $X_c(f) = \left[X_+(f-f_c) + X_-(f+f_c)\right]\dfrac{A_c}{2}$



$$\Rightarrow x_c(t) = \left[x_+(t)\,e^{j\omega_c t} + x_-(t)\,e^{-j\omega_c t}\right]\frac{A_c}{2}$$

$$\Rightarrow x_c(t) = \frac{A_c}{4}\left(x(t) + j\hat{x}(t)\right)e^{j\omega_c t} + \frac{A_c}{4}\left(x(t) - j\hat{x}(t)\right)e^{-j\omega_c t} \Rightarrow$$

$$x_c(t) = x(t)\left[\frac{A_c}{4}e^{j\omega_c t} + \frac{A_c}{4}e^{-j\omega_c t}\right] + \hat{x}(t)\left[\frac{jA_c}{4}e^{j\omega_c t} - \frac{jA_c}{4}e^{-j\omega_c t}\right]$$

$$= \left(\frac{A_c}{2}\cos\omega_c t\right)x(t) - \left(\frac{A_c}{2}\sin\omega_c t\right)\hat{x}(t)$$

به طور مشابه برای LSSB داریم:

$$x_c(f) = \frac{A_c}{2}\left(X_-(f-f_c) + X_+(f+f_c)\right)$$

به طور مشابه

$$\Rightarrow x_c(t) = \left(\frac{A_c}{2}\cos\omega_c t\right)x(t) + \left(\frac{A_c}{2}\sin\omega_c t\right)\hat{x}(t)$$

SSB : $x_c(t) = \frac{1}{2} A_c A_m \cos(\omega_c \pm \omega_m)t$

در matlab: FFT تبدیل فوریه، IFFT عکس تبدیل فوریه

Subject:

Year. Month. Date. ( )

USSB ← +

LSSB ← −

$$x_c(t) = \frac{A_c}{2} x(t)\cos\omega_c t \pm \frac{A_c}{2}\hat{x}(t)\sin\omega_c t$$

($-$: LSSB, $+$: USSB)

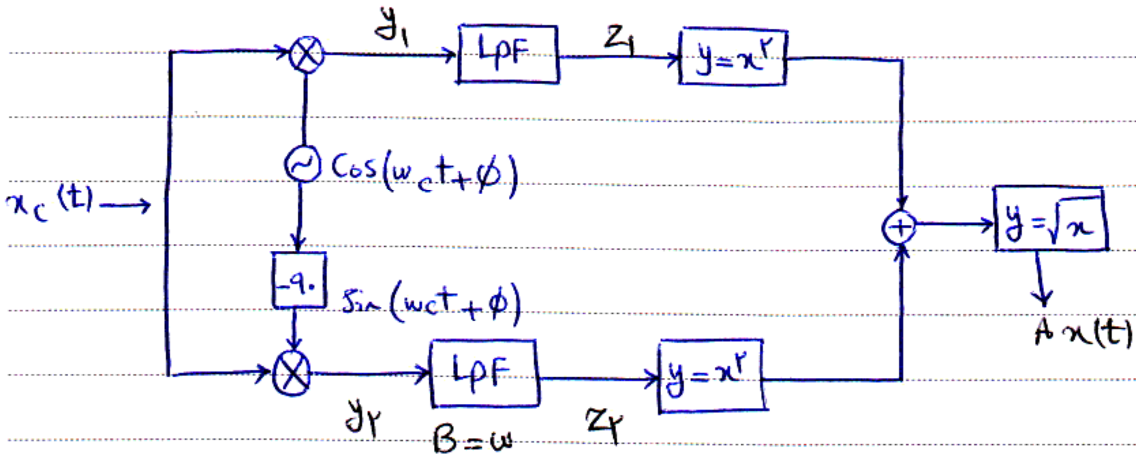
پوش مختلط برای SSB داریم :

مولفه هم فاز : $x_{c_i}(t) = \frac{A_c}{2} x(t)$

مولفه ربعی : $x_{c_q}(t) = \pm\frac{A_c}{2}\hat{x}(t)$

پوش سیگنال : $A(t) = \frac{A_c}{2}\sqrt{x^2(t) + \hat{x}^2(t)}$

آشکارساز L :



$$x_c(t) = A_c x(t)\cos\omega_c t$$

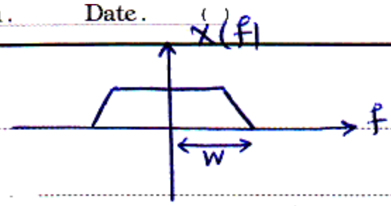
$$y_1(t) = A_c x(t)\cos\omega_c t\,\cos(\omega_c t+\phi) = \frac{A_c}{2}x(t)\left[\cos(2\omega_c t+\phi)+\cos\phi\right]$$

$$y_2(t) = A_c x(t)\cos\omega_c t\,\sin(\omega_c t+\phi) = \frac{A_c}{2}x(t)\left[\sin(2\omega_c t+\phi)+\sin\phi\right]$$

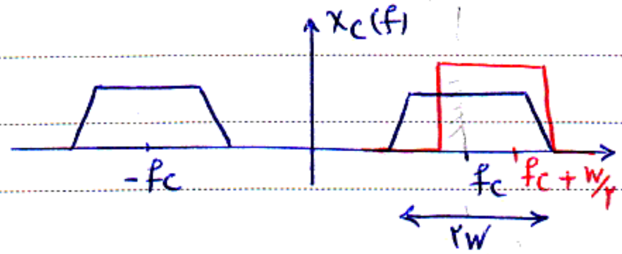
$$\Rightarrow \begin{cases} z_1(t) = \frac{A_c}{2}x(t)\cos\phi \\ z_2(t) = \frac{A_c}{2}x(t)\sin\phi \end{cases} \Rightarrow \text{خروجی} = \sqrt{z_1^2+z_2^2} = \frac{A_c}{2}x(t)\sqrt{\cos^2\phi+\sin^2\phi} = \frac{A_c}{2}x(t)$$

مدولاتور SSB:

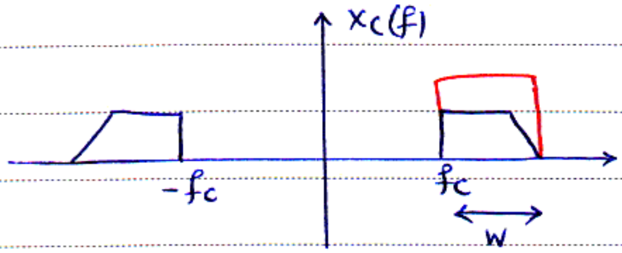
۱) استفاده از فیلتر



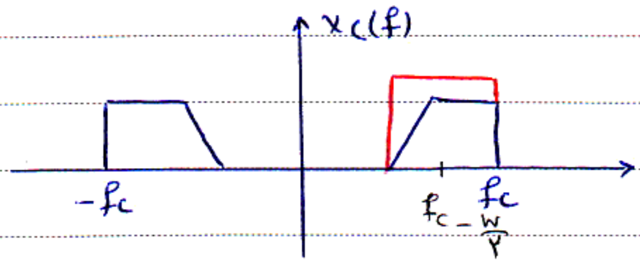
DSB:



USSB:



LSSB:



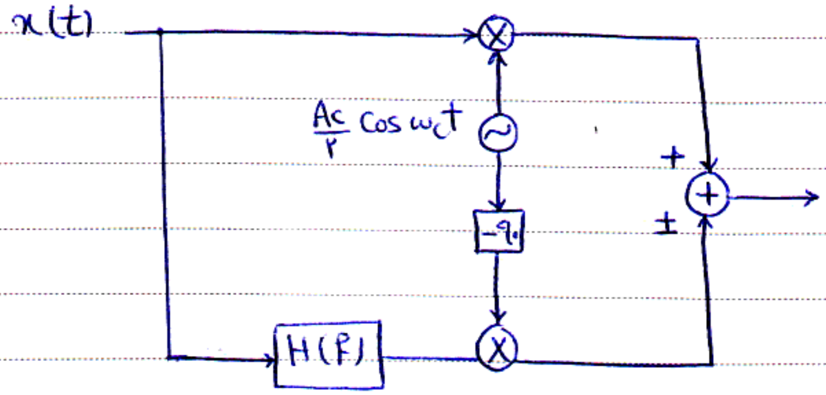
از نظر تئوری تولید SSB به آسانی و توسط یک فیلتر میان‌گذر با پهنای باند W و فرکانس مرکزی $f_c \pm \frac{W}{2}$ امکان‌پذیر است ولی در عمل قطع کامل در f_c صورت نمی‌گیرد و لذا بخشی از کناره باند ناخواسته نیز عبور می‌کند و بخشی از کناره باند مطلوب تضعیف می‌شود. (مدولاسیون VSB)

نکته: چنانچه سیگنال ارسالی، محتوای فرکانس پایین مهمی نداشته باشد (مثل صوت) استفاده از فیلتر غیر ایده‌آل مشکلی پیش نمی‌آورد.

VSB: با فیلتر کردن DSB (AM) به نحوی که یک کناره باند تقریباً به طور کامل عبور کند و از کناره باند دیگر تنها سایه یا ردی باقی بماند به دست می‌آید.

۲) مدولاتور تغییر فاز:

$$x_c(t) = \frac{A_c}{2} x(t)\cos w_c t \pm \frac{A_c}{2}\hat{x}(t)\underbrace{\sin w_c t}_{\cos(w_c t - 90^\circ)}$$



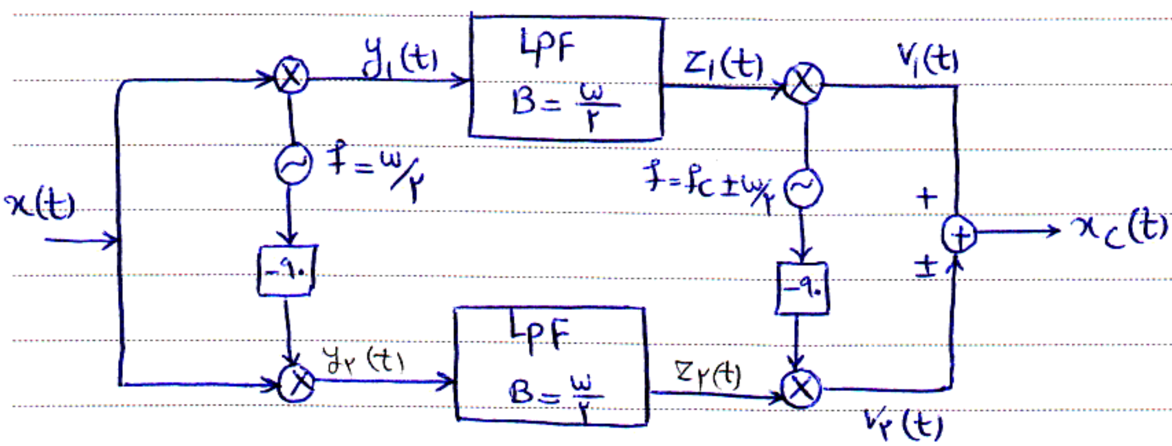
$$H(f) = \begin{cases} j & f<0 \\ 0 & f=0 \\ -j & f>0 \end{cases}$$

سیگنال $x_c(t)$ SSB شامل دو سیگنال DSB با سیگنال های پیام $x(t)$ و $\hat{x}(t)$ می باشد.

* در واقع در این روش تنها باندهای DSB را طوری تغییر داده ایم که در یک طرف f_c با هم جمع می شوند و در یک طرف دیگر همدیگر را حذف می کنند.

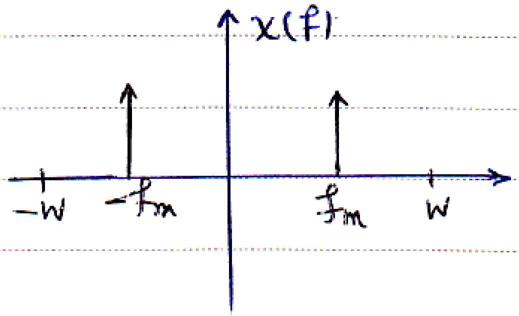
عیب این روش پیاده سازی سیستم $H(f)$ است که معمولاً بطور تقریبی ساخته می شود و باعث اعوجاج می شود.

۳) مدولاتور SSB ویور:

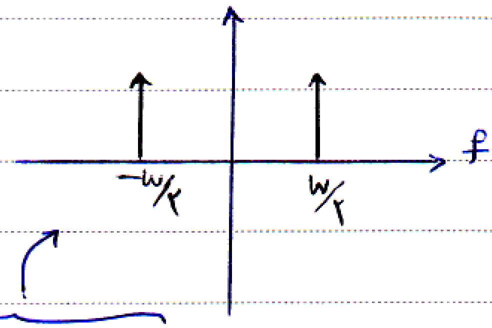


برای مدولاسیون تک آهنگ (monotone)

$$x(t) = \cos w_m t$$

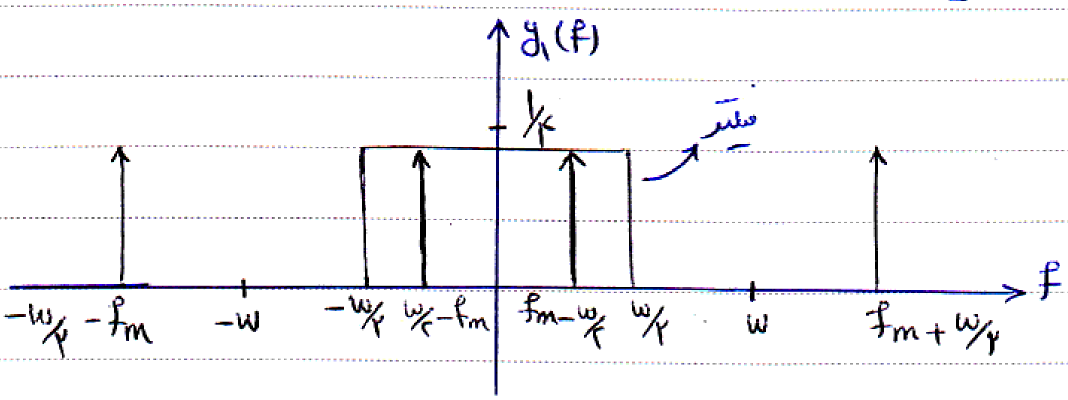


$f_m < w$



$$y_1(t) = x(t)\cos 2\pi f t = \cos 2\pi f_m t \cdot \underbrace{\cos 2\pi \frac{w}{2} t}$$

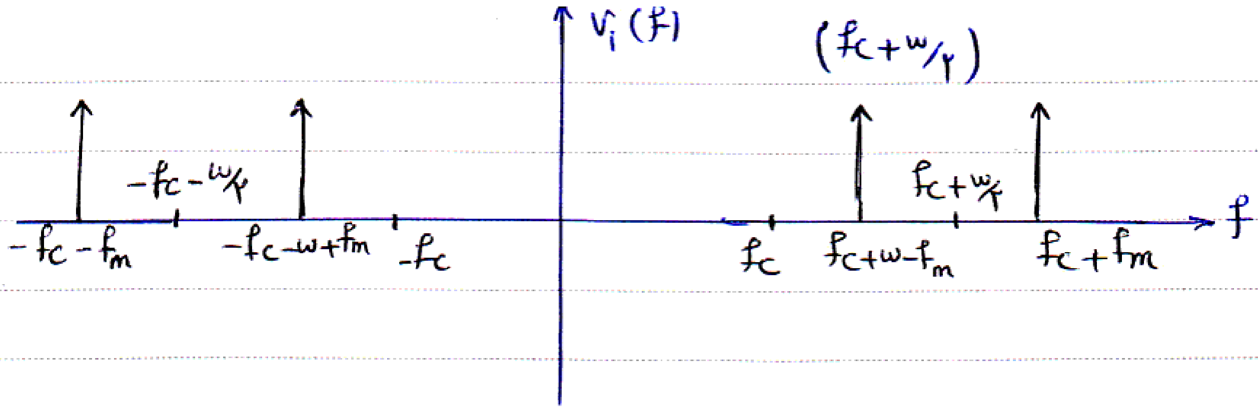
$$y_1(t) = \frac{1}{2}\left[\cos 2\pi\left(f_m + \frac{w}{2}\right)t + \cos 2\pi\left(f_m - \frac{w}{2}\right)t\right]$$

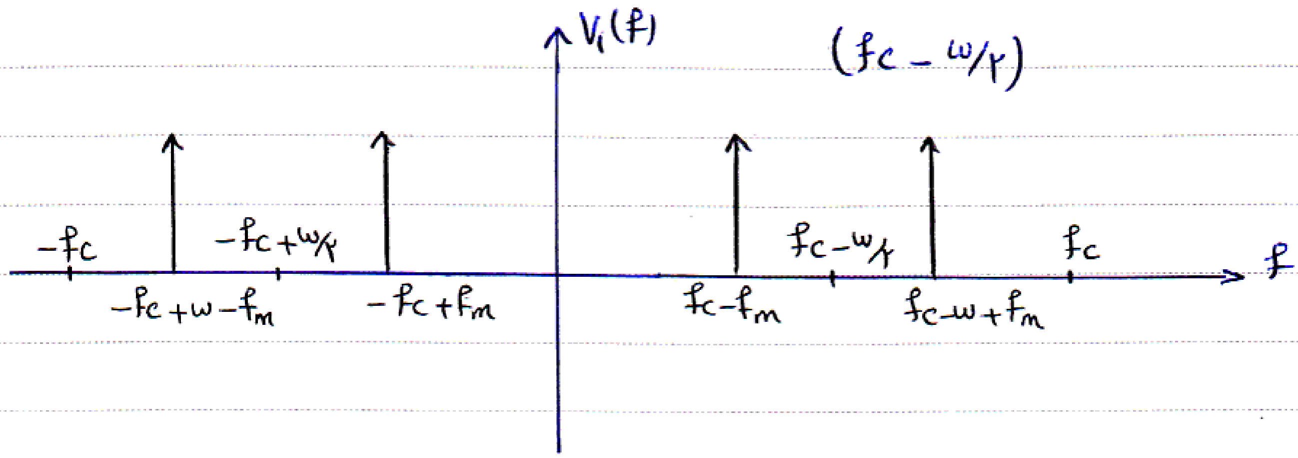


$$z_1(t) = \frac{1}{2}\cos\left(f_m - \frac{w}{2}\right)2\pi t$$

$$v_1(t) = \frac{1}{2}\cos 2\pi\left(-\frac{w}{2} + f_m\right)t \, \cos 2\pi\left(f_c \pm \frac{w}{2}\right)t$$

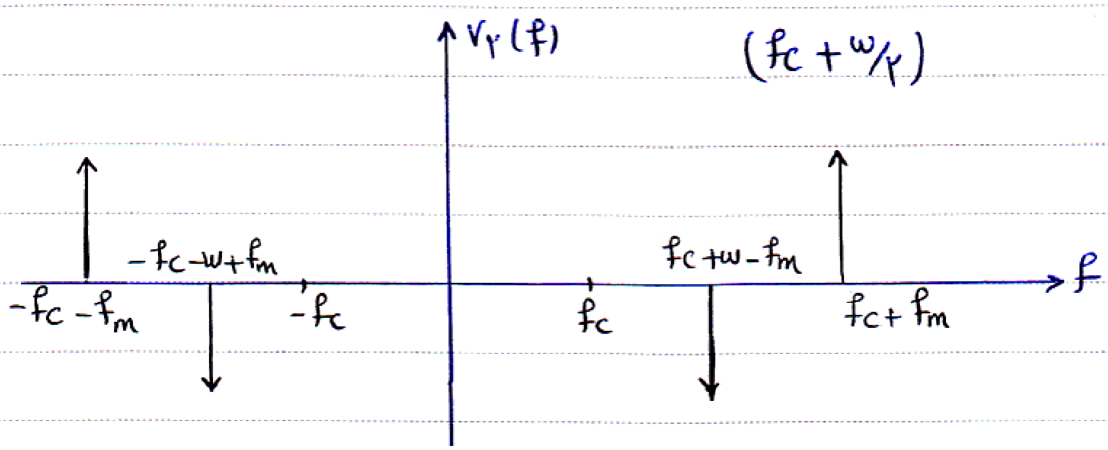
$$= \frac{1}{4}\left[\cos\left(f_c \pm \frac{w}{2} - \frac{w}{2} + f_m\right)2\pi t + \cos 2\pi\left(f_c \pm \frac{w}{2} + \frac{w}{2} - f_m\right)t\right]$$

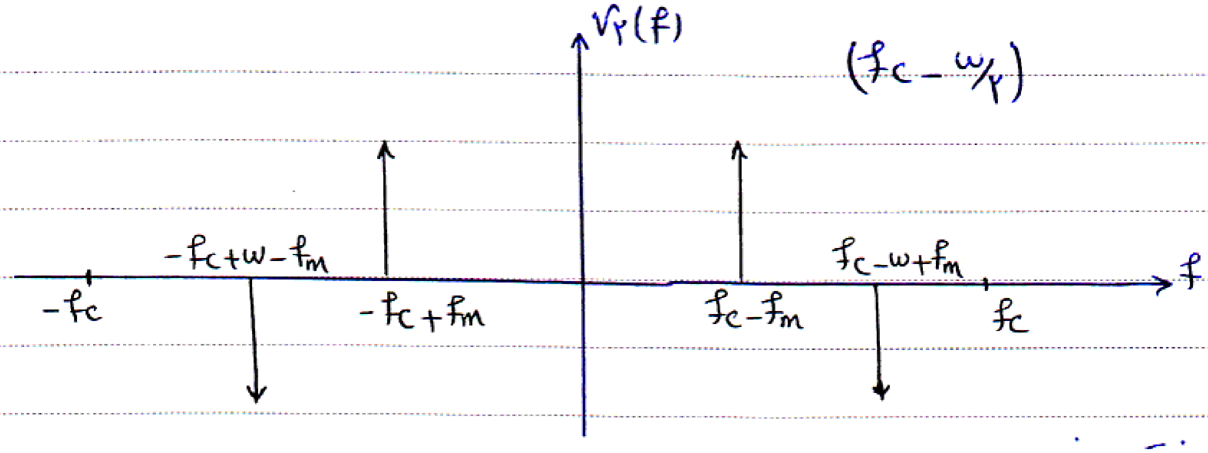




به طور مشابه برای $V_2(t)$ داریم:

$$V_2(t)=\frac{1}{4}\cos 2\pi\left(f_c \pm \frac{\omega}{2} - \frac{\omega}{2} + f_m\right)t - \frac{1}{4}\cos 2\pi\left(f_c \pm \frac{\omega}{2} + \frac{\omega}{2} - f_m\right)t$$





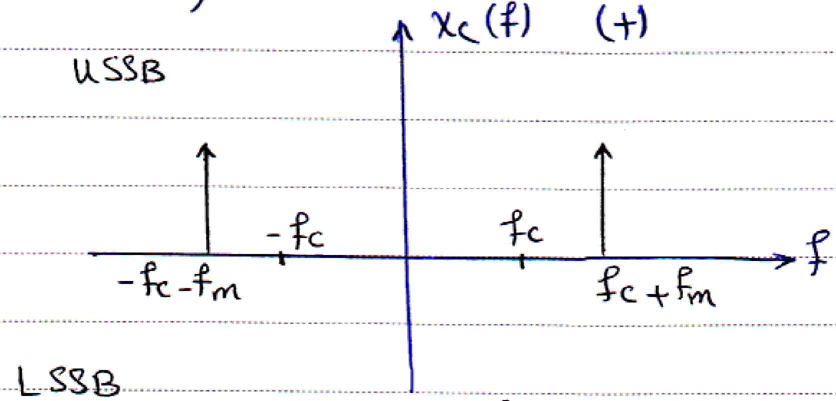
پس در نتیجه خروجی :

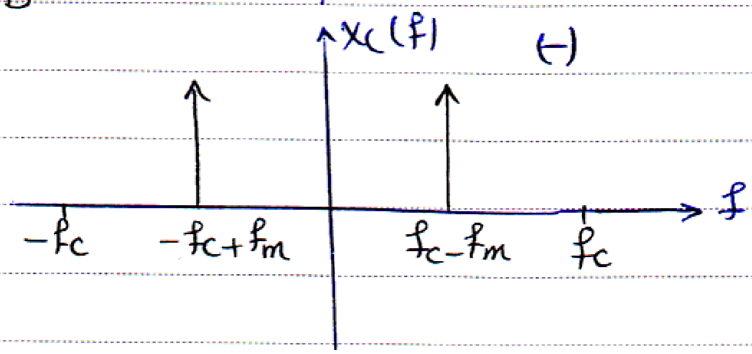
$$(+)\quad x_c(t) = V_1(t) + V_2(t) = 2 \times \frac{1}{4} \cos 2\pi \left(f_c + \frac{\omega}{2} - \frac{\omega}{2} + f_m\right) t =$$

$$\frac{1}{2} \cos 2\pi \left(f_c + f_m\right) t$$

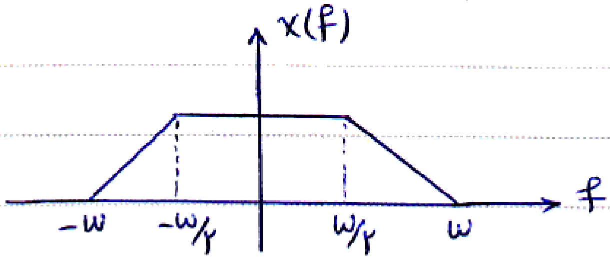
$$(-)\quad x_c(t) = V_1(t) - V_2(t) = 2 \times \frac{1}{4} \cos 2\pi \left(f_c - \frac{\omega}{2} + \frac{\omega}{2} - f_m\right) t =$$

$$\frac{1}{2} \cos 2\pi \left(f_c - f_m\right) t$$

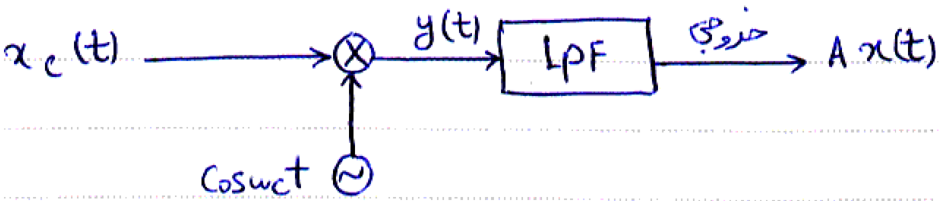




تمرین) با در نظر گرفتن طیف سیگنال $X(f)$ خروجی دمدولاتور SSB را به دست آورید؟



دمدولاتور حاصل ضربی (هم‌زمان):



$$x_c(t) = \frac{A_c}{2} x(t) \cos w_c t \pm \frac{A_c}{2} \hat{x}(t) \sin w_c t$$

$$y(t) = \frac{A_c}{2} x(t) \underbrace{\cos w_c t \cos w_c t}_{\frac{1+\cos 2w_c t}{2}} \pm \frac{A_c}{2} \hat{x}(t) \underbrace{\sin w_c t \cos w_c t}_{\frac{\sin 2w_c t}{2}}$$

$$\Rightarrow \text{خروجی} = \frac{A_c}{4} x(t)$$

چنانچه به شکل غیر هم‌زمانی داشته باشیم:

$$y(t) = \frac{A_c}{2} x(t) \cos w_c t \cos(w_c t + \phi) \pm \frac{A_c}{2} \hat{x}(t) \sin w_c t \cos(w_c t + \phi)$$

$$= \frac{A_c}{4} x(t) \left[\cos(2w_c t + \phi) + \cos\phi \right] \pm \frac{A_c}{4} \hat{x}(t) \left[\sin(2w_c t + \phi) - \sin\phi \right]$$

در سایه سار اندیشه ، بی هیچ چشم داشت زمینی

عهد بسته ایم آسمانی شویم .

در این محفل علمی با ما همراه باشید .

زمان : همین حالا تا همیشه

مکان : تارنمای برق ایران ؛ www.tbi-net.com

رسیده ایم پر از رنج راه تا دریا

خوشا یکی شدن رودها خوشا دریا

نه ما نه من نه تو ، او نقطه سرانجام است

بیا که بی من و تو ما شویم و ما دریا

من و تو چشمه باران ابر او بودیم

از ابتدا دریا بود و انتها دریا