ABADANOMRAN

آزمون فرض های آماری :

برای بررسی و اثبات فرضیه ی یک فرد مورد استفاده قرار می گیرد

① آزمون میانگین یک جامعه نرمال

زمانی که متغیر مورد نظر در جامعه کمی باشد (عددی) ، پارامتر مناسب برای بیان وضعیت جامعه میانگین است ، برای آزمون میانگین جامعه دو حالت وجود دارد:

الف) واریانس جامعه معلوم باشد : فرض کنیم میانگین جامعه برابر μ واریانس آن برابر σ^2 باشد ، برای بررسی فرضیه یک نمونه ی n تایی می گیریم ، اگر میانگین نمونه را با $\bar{X}$ نشان دهیم ، آماره ی آزمون برابر است با ⇐

$$Z^* = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

ب) واریانس جامعه نامعلوم باشد : در این حالت از واریانس نمونه استفاده می کنیم ، اگر S^2 واریانس نمونه باشد آن را آماره ی آزمون برابر است با ⇐

$$t^* = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

α : خطای نوع اول ، رد کردن فرض H_0 وقتی که درست است به آن سطح آزمون و سطح آزمون و سطح خطا نیز گفته می شود « H_0 واقعیت و H_1 ادعا ایم »

① $H_0 \quad \mu = \mu_0$
$H_1 \quad \mu \neq \mu_0$

$|Z^*| > Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ $\qquad$ $|t^*| > t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}$

WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

(۲) $H_0: \mu = \mu_0$ ، $H_1: \mu > \mu_0$ ← حداقل یا بیشتر

$Z^* > Z_{1-\alpha}$ ، $t^* > t_{1-\alpha, n-1}$

(۳) $H_0: \mu = \mu_0$ ، $H_1: \mu < \mu_0$ ← حداکثر یا کمتر

$Z^* < -Z_{1-\alpha}$ ، $t^* < -t_{1-\alpha, n-1}$

مثال استاندارد یک دستگاه برش، برش محصولاتی با میانگین ۶۰ سانتی متر است. به منظور بررسی کیفیت دستگاه نمونه ای ۳۶ تایی از تولیدات انتخاب شده است که میانگین طول آن ها ۵۲ و انحراف معیارشان ۱۳ سانتی متر است. در سطح خطای ۵ درصد آزمون مناسب را انجام دهید؟

چون استاندارد، مدنظر است یعنی اندازه ها نه کمتر و نه بیشتر باشد

$H_0: \mu = 60$

$H_1: \mu \neq 60$

$$t^* = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{52 - 60}{\frac{13}{6}} = -3/6$$

$$|t^*| > t_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1} = t_{1-\frac{0/05}{2}, 36-1} = t_{0/975, 35} = 1/96$$

$|-3/6| > 1/96 \Rightarrow$ فرض H_0 رد می شود

یعنی غیر استاندارد می برد

مثال مدیر یک باشگاه ادعا کرده میانگین زمان بازدید کنندگان عرضه ی خارجی حداقل ۵ ساعت است، بدین منظور از میان بازدید کنندگان این غرفه یک نمونه ی ۶۴ نفره انتخاب شده که میانگین آنها ۴/۵ ساعت بوده است، اگر انحراف معیار جامعه برابر

WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

۱٫۵ باشد، آیا ادعای مدیر را قبول می‌کنید؟ ($\alpha = 0/05$)

$H_0: \mu \leq 5$
$H_1: \mu > 5$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{5/2 - 5}{\frac{1/5}{8}} = \frac{1/6}{1/5} = 1/06$$

$\alpha = 0/05 \Rightarrow Z_{1-0/05} = Z_{0/95} = 1/64$

فرض H_0 رد می‌شود $\Leftarrow$ $1/64 > 1/06$

ادعای مدیر دروغ بوده است.

② آزمون نسبت در یک جامعه

زمانی که متغیر مورد نظر کیفی باشد (در جامعه)، پارامتر مناسب برای بیان وضعیت جامعه نسبت (P) است، برای بررسی فرضیه‌ها در این گونه موارد، یک نمونه‌ی n تایی می‌گیریم. فرض کنید X تعداد موفقیت‌ها باشد، نسبت در نمونه را با $\bar{P}$ نشان می‌دهیم و برابر است با:

$$\bar{P} = \frac{X}{n}$$

① $H_0: P = P_0$ — $H_1: P \neq P_0$ — $|Z^*| > Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$

② $H_0: P \leq P_0$ — $H_1: P > P_0$ — $Z^* > Z_{1-\alpha}$

$$Z^* = \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}}$$

WWW.ABADANOMRAN.COM

ABADANOMRAN

(۳) $H_0: P = P_0$ ، $Z^* < -Z_{1-\alpha}$

$H_1: P < P_0$

مثال: مدیری ادعا کرده است که حداکثر ۱۵ درصد از کارکنان او دارای مدرک دیپلم هستند، به منظور بررسی ادعای وی نمونه‌ای ۱۰۰ تایی گرفته‌ایم، ۱۰ نفر مدرک دیپلم داشته‌اند، ادعای وی را در سطح خطای ۲ درصد آزمون کنید:

$H_0: P \geq \%15$ ، $n = 100$

$H_1: P < \%15$ ، $\bar{P} = \frac{10}{100} = \%1$ ، $X = 10$

$$Z^* = \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}} = \frac{\%1 - \%15}{\sqrt{\frac{\%1(1-\%1)}{100}}} = \frac{-\%5}{\%3} = -1/6$$

در ٪ $Z_{1-\%2} = Z_{\%98} = 2/06 \rightarrow -1/6 \not< -2/06$

H_0 رد نمی‌شود ← ادعای وی اشتباه بوده است

مثال: فردی مدعی است که احتمال آمدن عدد ۶ روی تاس او بیشتر از تاس‌های دیگر است، ۱۰ بار تاس او را پرتاب کرده‌ایم، ۲ بار عدد ۶ مشاهده شده است، ادعای فرد را در سطح خطای ۵ درصد آزمون کنید:

$H_0: P = \frac{1}{6}$

$H_1: P > \frac{1}{6}$ ، $\bar{P} = \frac{2}{10} = \%2$

$$Z^* = \frac{\%2 - \%16}{\sqrt{\frac{\%2(1-\%2)}{10}}} = \frac{\%04 \times \sqrt{10}}{\%4} = \%316$$

$\alpha = \%5 \rightarrow Z_{\%95} = 1/64$ ، $\%316 \not< 1/64$

فرض H_0 رد نمی‌شود

WWW.ABADANOMRAN.COM