

قانون های شمارش

۱) ترتیب (جایگست)

الف) جایگست N شیء

تعداد کل جایگست ها $= N!$

مثال با اعداد ۱ تا ۹ چند کد ۹ رقمی می توان ساخت.

* نکته: اگر در مسئله ذکر شود تکرار مجاز است، تکرار قابل قبول است.

$9! = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

ب) جایگست R تایی از N تایی $R < N$

$$C_{N,R} = \frac{N!}{(N-R)!}$$

مثال با اعداد ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ چند عدد چهار رقمی می توان نوشت که احتمال

$$\begin{cases} N=6 \\ R=4 \end{cases}$$

این به عدد زوج باشد چند است؟

کل $= \frac{6!}{2!} = 360$

تعداد اعداد زوج بودن $= 120$

احتمال زوج بودن $P = \frac{120}{360} = \frac{1}{3}$

مثال می خواهیم ۷ نفر را در یک صف مرتب کنیم، ۲ نفر از آن ها نمی خواهند

بجست سرهم قرار بگیرند، احتمال این که در یک صف آن ها بیس هم نباشند چند است؟

حالت های که دو نفر بیست سرهم $4! \times 2 = 144$

حالت های که دو نفر بیس هم نباشند $5! - 144 = 360$

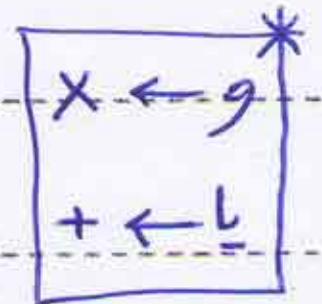
$P = \frac{360}{5!} = 0.71$

۲) ترکیب R تایی از N تایی:

$$P_{N,R} = \binom{N}{R} = \frac{N!}{R!(N-R)!}$$

مثال: در جعبه ای ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه وجود دارد. ۳ مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم، احتمال این که ۱ مهره سفید باشد چقدر است؟

$$\begin{cases} N=7 \\ R=3 \end{cases} \quad \binom{7}{3} = \frac{7!}{3!(7-3)!} = 35$$



$$\binom{4}{2} \times \binom{3}{1} = \frac{4!}{2! \times 2!} \times \frac{3!}{1! \times 2!} = 18$$

$$P = \frac{18}{35}$$

احتمال این که ۲ مهره سفید و ۱ مهره سیاه باشد

مثال: از بین ۴ مهندس و ۵ پیمانکار من خواهم یک تیم ۴ نفره تشکیل دهم.

احتمال این که تعداد افراد از هر شغل در این تیم برابر باشد چقدره؟

$$N=9$$

$$R=4$$

کل حالت‌ها: $\binom{9}{4}$

حالت‌های که از هر گروه مساوی باشد: $\binom{5}{2} \binom{4}{2}$

$$P = \frac{\binom{5}{2} \binom{4}{2}}{\binom{9}{4}}$$

احتمال شرطی: احتمال A به شرط B برابر است با احتمال رخ دادن A به شرط این که B رخ دهد.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

B اتفاق افتاده باشد.

مثال: یک پزشک ۹۸٪ دقیقاً با احتمال ۹۸٪ درصدها برای فرد بیمار جواب مثبت می‌دهد. احتمال این که یک فرد در جامعه بیمار باشد برابر است با ۱٪ است. احتمال اینه

Subject : آمار و احتمال مهندسی

Year: 90 Month: 1 Date: 2



جواب مثبت باشد به شرط این که فرد بیارند چقدر است؟ ۹۸٪

مثال یک تاس را ۲ بار پرتاب می کنیم، احتمال این که کمتر یون خالی مشاهده شده ۳ بار

وقتی که بدانیم مجموع خالی ها برابر ۷ است چقدر است؟

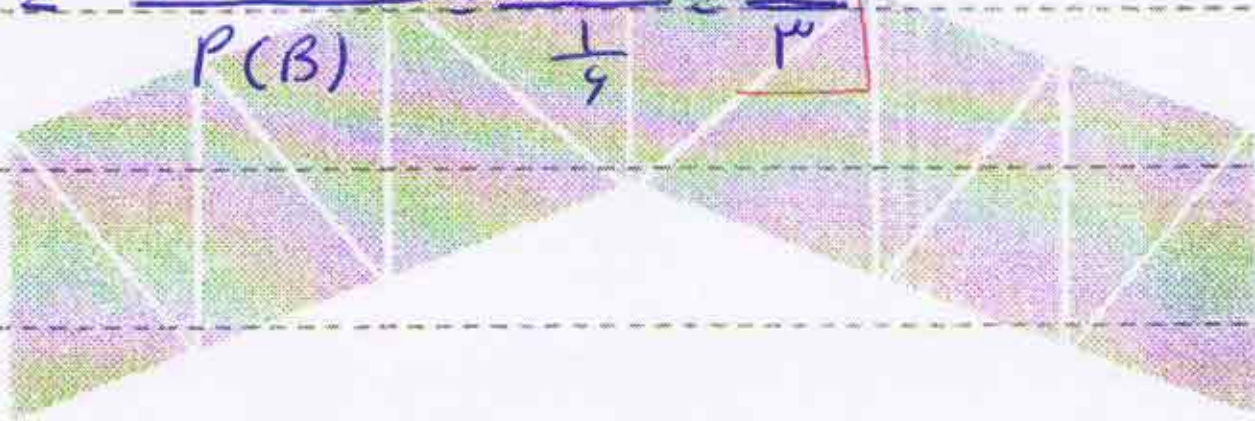
$$B = \{ (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1) \}$$

$$A = \{ (2,3), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1), \dots \}$$

$$A \cap B = \{ (3,4), (4,3) \} \quad P(A \cap B) = \frac{2}{36} \quad \text{و} \quad P(B) = \frac{6}{36}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{6}{36}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$S = 6^2 = 36$$



ABADANOMRAN